Prof. Dr. Alfred Toth

Eine neue Betrachtung zu Peirce-Zahlen

1. Bekanntlich hatte Max Bense mehrfach versucht, die Isomorphie der Peano-Zahlen mit den sog. Primzeichen nachzuweisen (Bense 1975, S. 171 ff., 1983, S. 192 ff. [Peirce´s eigener Versuch, die natürlichen Zahlen durch vollständige Induktion einzuführen], schliesslich Bense 1980 [Primzahlen, Primzeichen]). Ich hatte schon früh kritisiert, dass dies falsch sein muss, denn wir haben allein in der kleinen Matrix drei verschiedene Peirce-Zahlen, nämlich triadische, trichotomische und diagonale:

$tdP =((1., 2., 3.), <)$

$ttP = (.1, .2, .3), \leq)$

$dgP = tdP \times ttP = ttP \times tdP = ((1.1, 2.2, 3.3, </>).$

2. Nun lautet aber die Definition des Peirceschen Zeichens nach Bense (1979, S. 53):

$ZR = (M,)(M \rightarrow O), (M \rightarrow O \rightarrow I))),$

d.h. ZR ist eine triadisch-verschachtelte Relation über einer monadischen, dyadischen und triadischen Relation und damit mengetheoretisch äquivalent mit

$ZR = \{M, \{M, O\} , \{M, O, I\}\}$

Nun ist aber

$ZR = \{M, O, I\}$

und damit gilt

$ZR = \{ZR\} = \{ZR, ZR\}$, usw.,

d.h. es kann keine Isomorphie bestehen zwischen den Peano-Zahlen

$\mathbb{P}$ = ((1, 2, 3, ...), <)

und den Peirce-Zahlen

ZR = {1, {1, 2} , {1, 2, 3}}.

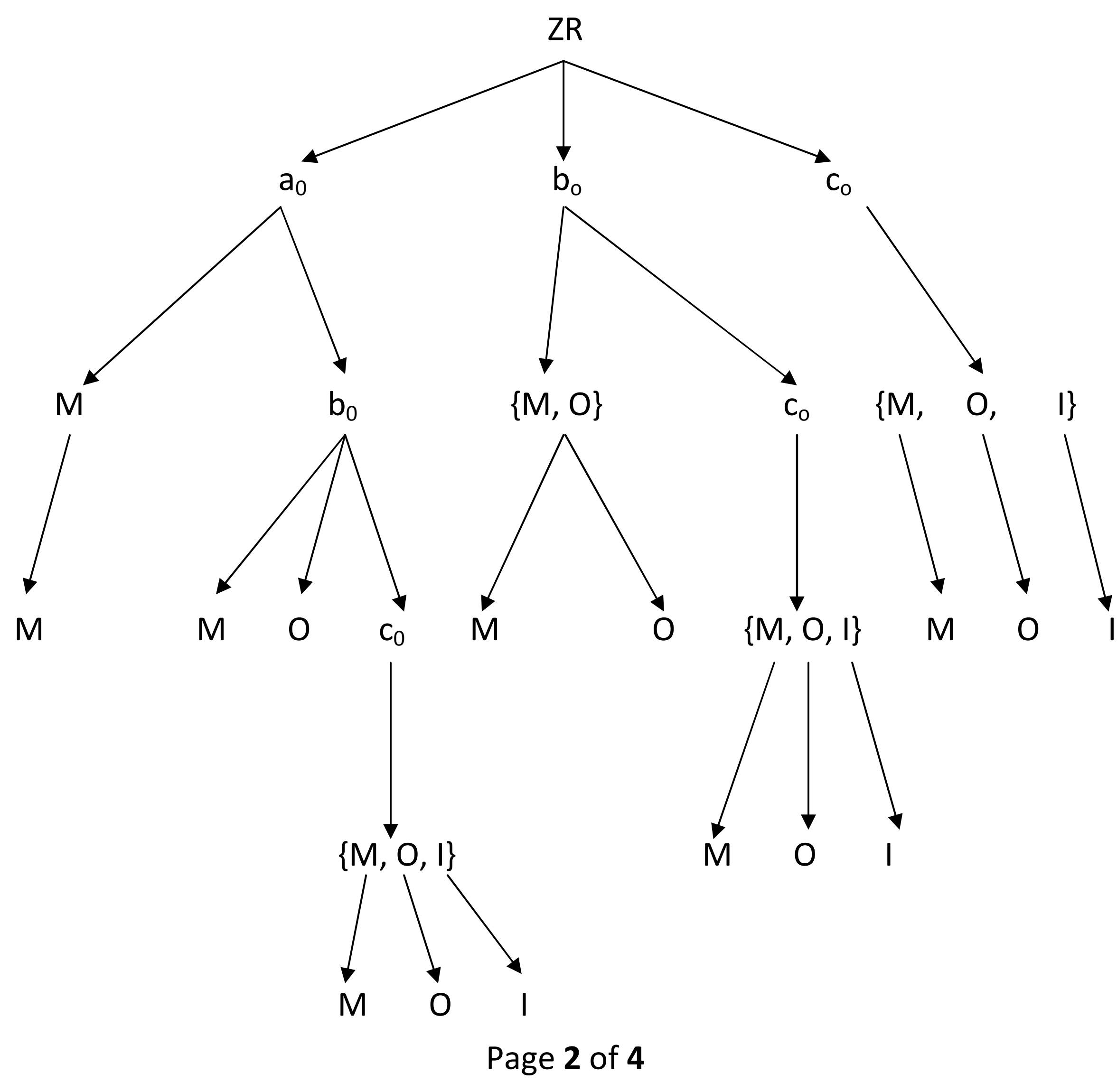
Weil ferner gilt

M = {M}, O = {O} sowie

M $\subset$ {M, O}, O $\subset$ {O, I},

bekommen wir folgende Stammbaumableitung der Peirce-Zahlen:

ZR = {a_0, b_0, c_0}, a_0 = {M, b_0}, b_0 = {{M, O}, c_0}, c_0 = {M, O, I}:



Und die Zahlenfolge der Peirce-Zahlen lautet demgemäss:

112, 123, 12, 123, 123

Es werden also 14 Ziffern benötigt, um in einem Zahlensystem auf 3 zu zählen, in dessen mengentheoretischer Basis das Fundierungsaxiom durch das Anti-Fundierungsaxiom ersesetzt ist (Toth 2010, Aczel 1988). Dabei sieht die Verteilung der Anzahl Ziffern auf die Fundmentalkategorien M, O und I wie folgt aus:

ZR^3: M = 6, O = 5, I = 3.

Bei ZR^2 hatten wir gefunden (Toth 2010):

ZR^2: M = 3, O = 2, I = 0.

Wie man leicht zeigen kann, gilt allgemein

ZR^n: FK1 = n, FK2 = (n-1), FK3 = (n-2), ..., FKn =1,

wobei FK 1 = M, FK 2 = O, FK3 = I.

Dabei hat die Peirce-Zahlen-Folge für ZR^2 die Länge 7 (= 3 + 4), für ZR^3 die Länge 14 (= 6 + 5 + 3). Für ZR^4 würden es dann 21 sein. Allgemein gilt damit, dass eine n-adische Zeichenrelation eine Länge von (n-1) mal 7 Ziffern besitzt.

Bibliographie

Aczel, Peter, Non well founded sets. Cambridge 1988

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden –Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica 3/3, S. 287-294

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Die Peircesche Zeichenrelation und das Anti-Fundierungsaxiom. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010